

ANALISIS SENSITIVITAS PADA MODEL SIR PENYEBARAN COVID-19

Haniefa Atzzahra¹, Irma Fitria^{2*}, Nashrul Millah³

^{1,3}Program Studi Matematika, Jurusan Matematika dan Teknologi Informasi,
Institut Teknologi Kalimantan

²Program Studi Statistika, Jurusan Matematika dan Teknologi Informasi, Institut
Teknologi Kalimantan

haniefaatz@gmail.com¹, irma.fitria@lecturer.itk.ac.id²,
nashrulmillah53@gmail.com³.

Received 26 August 2021; revised 10 December 2021; accepted 20 December 2021.

ABSTRAK

Wabah COVID-19 yang menjadi perhatian dunia saat ini, muncul sejak akhir tahun 2019 di Wuhan, China. Virus ini menyebar dengan sangat cepat karena transmisinya secara langsung dari manusia ke manusia. Di Indonesia, pasien yang terinfeksi COVID-19 pertama kali ditemukan pada tanggal 2 Maret 2020. Transmisi dari COVID-19 ini dapat disimulasikan menggunakan model penyebaran penyakit *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR). Setelah diperoleh nilai estimasi parameter, selanjutnya dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui seberapa besar pengaruh dari parameter-parameter terhadap populasi *Infected*. Setelah dilakukan analisis sensitivitas diketahui bahwa parameter peluang kontak sukses atau m dan banyaknya kontak atau b merupakan parameter yang paling berpengaruh, karena populasi *Infected* akan bertambah 27,3% jika m atau b naik 10%. Dari model SIR ini diperoleh grafik yang jauh dari grafik data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia.

Kata kunci: analisis sensitivitas, estimasi parameter, SIR.

ABSTRACT

The COVID-19 outbreak, which is currently the world's concern, emerged at the end of 2019 in Wuhan, China. This virus spreads very quickly because of its direct human-to-human transmission. In Indonesia, patients infected with COVID-19 were first discovered on March 2, 2020. The transmission of COVID-19 can be simulated using the *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR) disease spread model. After obtaining the estimated parameter values, then a sensitivity analysis is carried out to determine how much influence the parameters have on the *Infected* population. After sensitivity analysis, it is known that the parameters of the probability of successful contact or m and the number of contacts or b are the most influential because the

Infected population will increase by 27.3% if m or b increases by 10%. From this SIR model, a graph is obtained that is far from the original data graph of the spread of COVID-19 in Indonesia.

Keywords: sensitivity analysis, parameter estimation, SIR.

PENDAHULUAN

WHO (2020) menjelaskan Coronavirus merupakan virus yang dapat menyebabkan penyakit pada hewan dan manusia. Penyakit *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) dan *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS) merupakan penyakit serius yang disebabkan oleh coronavirus yang menyerang manusia. Jenis baru Coronavirus yang dapat menyebabkan penyakit Coronavirus Disease-2019 yang kemudian diberi nama Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus (SARS-COV2) atau yang lebih dikenal dengan COVID-19 ditemukan pada manusia. COVID-19 pertama kali ditemukan di Wuhan, Tiongkok Cina, pada bulan Desember 2019, dan saat ini menjadi pandemi yang terjadi di banyak negara di dunia, salah satunya Indonesia. Pada tanggal 20 Juli 2020 tercatat sebanyak 14.668.520 kasus COVID-19 dan 609.518 kasus kematian akibat COVID-19.

Pada tanggal 2 Maret 2020, 2 warga Indonesia pertama kali ditemukan terinfeksi COVID-19. Pada tanggal 20 Juli 2020 di Indonesia, terdapat 88.214 kasus positif COVID-19 dengan kasus meninggal sebanyak 4.239 kasus. Menurut Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (2020) penularan COVID-19 ini dapat terjadi akibat orang yang terinfeksi virus ini. Penyebaran penyakit ini dapat terjadi melalui tetesan kecil atau droplet dari orang ke orang melalui hidung atau mulut saat berbicara, bersin, atau batuk.

Untuk mencegah penyebaran dan penularan COVID-19 menyebar luas di masyarakat, pemerintah membuat serangkaian kebijakan untuk menanganinya. Kebijakan pemerintah tersebut ada yang tertulis maupun tidak tertulis. Kebijakan tidak tertulis salah satu contohnya yaitu seperti ajakan tidak tertulis dari pemerintah yang berisi larangan dan himbauan terkait pencegahan dan penanganan COVID-19. Berbagai kebijakan pemerintah untuk mencegah penyebaran COVID-19 yang telah dilaksanakan selama masa penularan COVID-

19 seperti kebijakan berdiam diri di rumah, kebijakan pembatasan sosial, dan kebijakan *New Normal*.

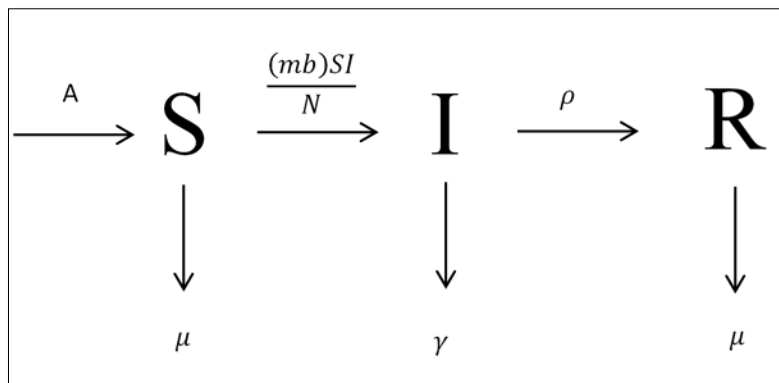
Untuk mengetahui penyebaran penyakit COVID-19, dibuat suatu model yang dapat digunakan untuk mendapatkan solusi terkait dengan penyebaran COVID-19. Dalam memodelkan suatu penyebaran penyakit terdapat beberapa parameter yang akan mempengaruhi penyebaran penyakit tersebut. Pada penelitian yang dilakukan oleh Fang, dkk (2020) dijelaskan bahwa parameter dengan sedikit variasi dapat menyebabkan perubahan besar dalam hasil yang didapat. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengecekan sensitivitas untuk mengetahui berbagai pengaruh parameter yang berbeda, serta perlu untuk menentukan parameter yang tepat untuk mendapatkan hasil yang akurat. Menurut Marsudi (2014) pada dasarnya analisis sensitivitas menentukan parameter serta kondisi awal atau input yang mempengaruhi output dari model. Hasil dari analisis sensitivitas dari masing-masing parameter tersebut akan memberikan informasi seberapa penting setiap parameter model pada penyebaran COVID-19.

METODE PENELITIAN

Model SIR Penyebaran COVID-19

Brauer dan Carlos-Chavez (2001) menjelaskan penularan wabah penyakit yang terjadi pada suatu populasi dapat dimodelkan dalam bentuk matematis, salah satunya yaitu model SIR. Model SIR pertama kali diperkenalkan oleh Kermack-Mckendrick tahun 1927. Kompartemen pada model epidemiologi SIR dibagi menjadi tiga kompartemen yaitu Susceptible (S), merupakan populasi sehat yang rentan sehingga dapat terinfeksi penyakit; Infective (I), merupakan populasi yang terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakit melalui kontak dengan populasi sehat; kemudian terdapat Removed (R), merupakan populasi yang pernah terinfeksi penyakit kemudian sembuh. Akan tetapi kesembuhan tersebut dapat bersifat permanen atau sebaliknya. Metode removal merupakan proses perpindahan populasi terinfeksi menjadi populasi sehat yang dapat dilakukan melalui isolasi, imunisasi, recovery, atau melalui kematian.

Model SIR yang digunakan pada penelitian ini yaitu:



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SIR

Berdasarkan Gambar 1, maka dapat ditulis persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= A - \frac{(mb)}{N}SI - \mu S \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{(mb)}{N}SI - \rho I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \rho I - \mu R \end{aligned} \quad (1)$$

Dengan A merupakan laju rekrutmen, m merupakan peluang kontak sukses, b banyaknya kontak, ρ merupakan laju kesembuhan dari COVID-19, dan γ merupakan laju kematian akibat COVID-19.

a. Titik tetap bebas penyakit

$$P_0 = (S, I, R) = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0 \right)$$

b. Titik tetap endemik

$$P_1 = (S^*, I^*, R^*)$$

dengan:

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{N(\gamma + \rho)}{mb} \\ I^* &= \frac{Amb - \mu N(\rho + \gamma)}{mb(\gamma + \rho)} \\ R^* &= \frac{\rho(Amb - \mu N(\rho + \gamma))}{mb\mu(\rho + \gamma)} \end{aligned}$$

Dengan bilangan reproduksi dasar sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{Amb}{\mu N(\rho + \gamma)}$$

Estimasi Parameter

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai mendapatkan nilai estimasi parameter dan analisis sensitivitas untuk model matematika penyebaran COVID-19. Model yang digunakan adalah model pada penelitian Arief Fatchul Huda, dkk (2020). Untuk mendapatkan estimasi parameter dilakukan dengan membuat interval nilai pada parameter, dan menentukan nilai parameter yang memiliki nilai error yang minimum. Dari model tersebut pula akan dilakukan analisis sensitivitas dengan mencari indeks sensitivitas dari parameter terhadap titik tetap endemik populasi *Infected*.

Root Mean Square Error (RMSE)

Root Mean Square Error berbeda dengan *Mean Square Error*. Perbedaan keduanya terletak pada perhitungannya. RMSE diperoleh dengan cara menghitung akar dari nilai MSE. RMSE merupakan rata-rata dari jumlah kuadrat. RMSE dirumuskan sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Keterangan:

y_i : nilai aktual

\hat{y}_i : nilai aproksimasi

n : jumlah observasi

(Laksana, 2017)

Analisis Sensitivitas

Menurut Marino, dkk (2008) analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui sejauh mana pentingnya setiap parameter model pada penyebaran penyakit. Untuk mengetahui pengaruh dari setiap parameter terhadap suatu penyebaran penyakit, perlu dicari indeks sensitivitas. Indeks sensitivitas atau

Normalized sensitivity index diperoleh dari indeks sensitivitas normalisasi dari variabel V , terdiferensialkan pada parameter p , didefinisikan sebagai berikut:

$$I_p^V = \frac{\partial V}{\partial p} \frac{p}{V} \quad (3)$$

Dengan V adalah variabel yang akan dianalisis dan p adalah parameter (Chitnis, 2005).

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Simulasi Model

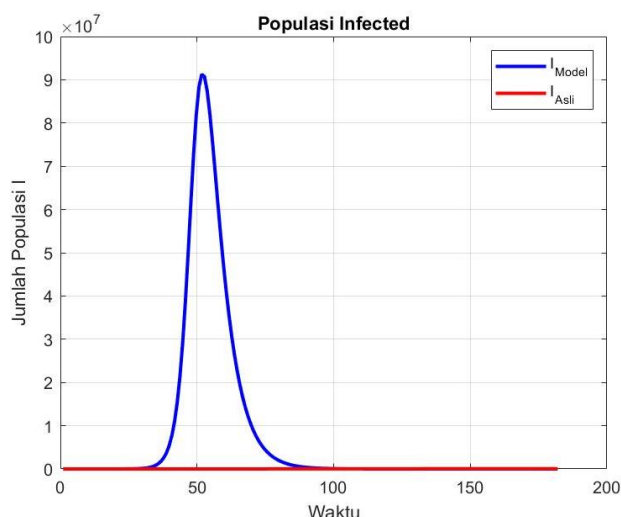
Dengan menggunakan nilai parameter yang telah digunakan pada penelitian Huda, dkk (2020) akan dilakukan simulasi model untuk mendapatkan perbandingan grafik populasi *infected* dengan data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia. Nilai parameter dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai awal parameter

Parameter	Nilai
m	0,75
b	0,75
μ	$1/(60 * 360)$
ρ	0,096
γ	0,086
A	$1/(60 * 360)$
N	$S + I + R$

Dengan menggunakan $S(0) = 268583014$ yang merupakan estimasi jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2020, $I(0) = 2$, dan $R(0) = 0$, simulasi model dapat dilihat pada Gambar 2.

Analisis Sensitivitas pada Model SIR Penyebaran COVID-19



Gambar 2. Hasil Perbandingan Model SIR dengan Data Asli Penyebaran COVID-19 di Indonesia Menggunakan Nilai Parameter Rujukan

Dari grafik diperoleh hasil perbedaan yang signifikan antara populasi *infected* model SIR dengan data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia. Grafik merah yang merupakan data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia terlihat datar, dibandingkan dengan grafik pada model yang digunakan. Grafik data asli terlihat datar disebabkan oleh perbedaan yang jauh antara populasi terinfeksi dari data asli dengan populasi terinfeksi pada model yang digunakan. Oleh karena itu diperlukan estimasi nilai parameter untuk menentukan nilai parameter yang lebih optimal agar lebih mendekati grafik pada data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia yang diambil dari SATGAS COVID-19 (2020) yang tersedia secara online.

2. Estimasi Parameter

Dengan menggunakan selang nilai disekitar nilai awal untuk parameter-parameter pada saat simulasi model SIR, akan dicari nilai parameter-parameter yang memiliki nilai error yang minimum. Nilai awal untuk masing-masing parameter dapat dilihat pada Tabel 1.

Dengan menggunakan interval nilai yang dapat dilihat pada Tabel 2, didapatkan hasil estimasi parameter yang dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 2. Interval Parameter

Parameter	Interval
m	(0: 0,01: 1)
ρ	(0: 0,001: 0,1)
γ	(0: 0,001: 0,1)

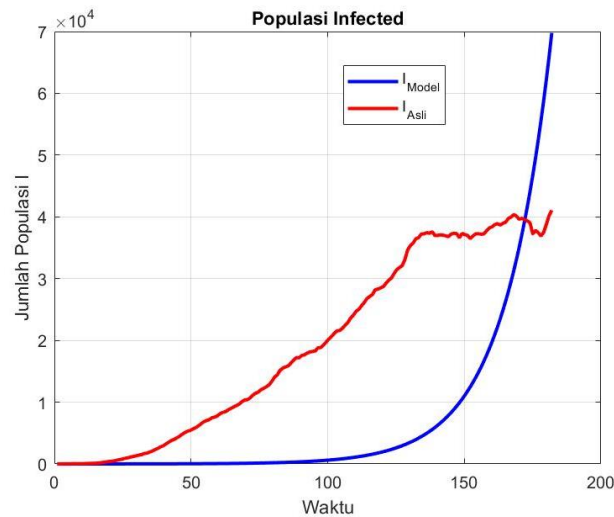
Tabel 3. Hasil estimasi parameter

Parameter	Nilai
m	0,33
b	0,75
μ	$1/(60 * 360)$
ρ	0,1
γ	0,09
A	$1/(60 * 360)$
N	$S + I + R$

Dengan menggunakan nilai estimasi parameter yang didapatkan diperoleh RMSE sebesar:

$$RMSE = 17620,86$$

Dengan menggunakan $S(0) = 268583014$ yang merupakan estimasi jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2020, $I(0) = 2$, dan $R(0) = 0$, didapatkan grafik populasi *Infected* model SIR dengan grafik data asli penderita COVID-19 sebagai berikut:



Gambar 3. Hasil simulasi penyebaran COVID-19

Setelah dilakukan estimasi parameter didapatkan hasil grafik model yang lebih mendekati dengan grafik data asli. Oleh karena itu pada Gambar 3 grafik data asli lebih dapat terlihat dibandingkan dengan Gambar 2 dikarenakan setelah dilakukan estimasi parameter didapatkan grafik yang lebih mendekati data asli. Pada Gambar 3 populasi terinfeksi pada model berada pada sekitar 7×10^4 , sedangkan populasi terinfeksi pada data asli berada pada sekitar 4×10^4 . Untuk Gambar 2 populasi terinfeksi pada model berada pada sekitar 9×10^7 .

3. Analisis Sensitivitas

Indeks sensitivitas untuk parameter m terhadap I didapatkan dengan menggunakan persamaan indeks sensitivitas yaitu:

$$I_m^I = \frac{\partial I}{\partial m} \times \frac{m}{I}$$

$$I_m^I = \frac{mb(\rho + \gamma)}{(mb - \gamma + \mu)(mb - \rho - \gamma)}$$

Dengan menggunakan nilai parameter pada Tabel 3 didapatkan hasil

$$I_m^I = 2,73$$

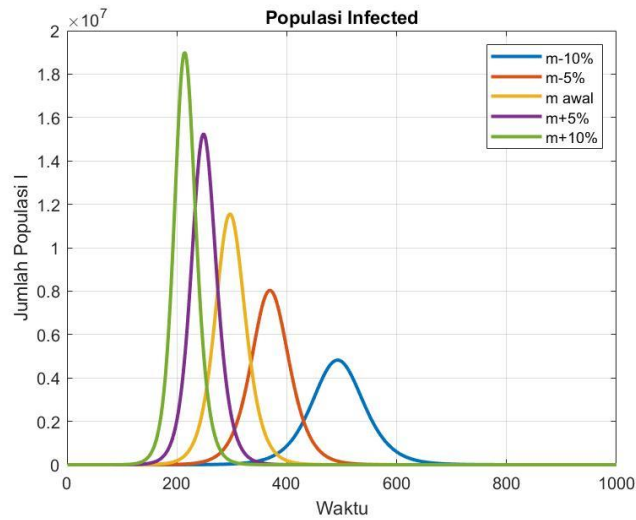
Untuk mencari indeks sensitivitas parameter yang lain dilakukan dengan cara yang sama. Hasil dari analisis sensitivitas diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Analisis Sensitivitas

Parameter	Persamaan	Indeks Sensitivitas
m	$\frac{mb(\rho + \gamma)}{(mb - \gamma + \mu)(mb - \rho - \gamma)}$	2,73
b	$\frac{mb(\rho + \gamma)}{(mb - \gamma + \mu)(mb - \rho - \gamma)}$	2,73
ρ	$-\frac{\rho bm}{(\rho + \gamma)(mb - \rho - \gamma)}$	-2.26
γ	$\frac{\gamma(\rho bm - \mu bm + 2\gamma bm - \rho^2 - 2\gamma\rho - (bm)^2 - \gamma^2)}{(\rho + \gamma)(mb - \gamma + \mu)(mb - \rho - \gamma)}$	-1.47

4. Simulasi Numerik

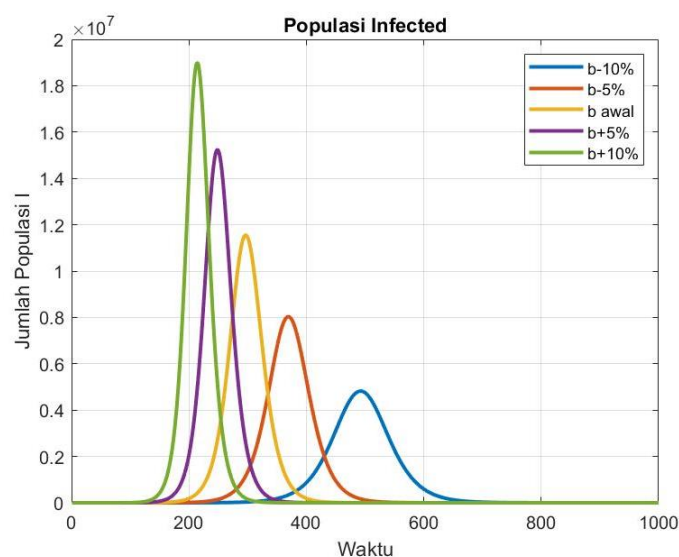
a. Efek peluang kontak sukses (m)



Gambar 4. Analisis Sensitivitas Parameter m

Gambar 4 menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai parameter m yang berbeda terhadap titik tetap endemik, maka populasi *Infected* akan bertambah jika nilai peluang kontak sukses semakin besar. Dari indeks sensitivitas diperoleh populasi *Infected* akan naik sekitar 27,3% jika m naik 10%. Peluang kontak sukses dipengaruhi oleh banyak hal, seperti kesehatan dari individu masing-masing, serta bagaimana masing-masing individu dalam menerapkan protokol kesehatan. Pemerintah dapat menghimbau masyarakat untuk melaksanakan protokol kesehatan untuk mengurangi populasi *Infected*. Protokol kesehatan yang dapat dilakukan oleh masing-masing individu untuk dapat mengurangi populasi *Infected* adalah memakai masker, mencuci tangan, menjaga jarak, dan menjauhi kerumunan.

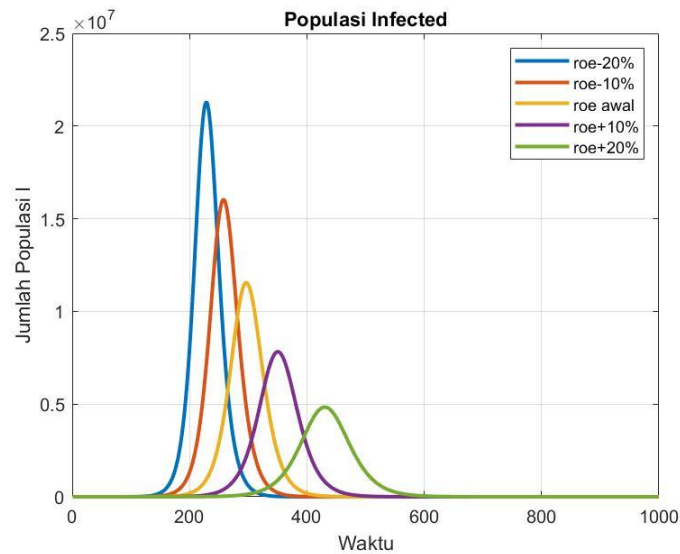
b. Efek banyaknya kontak (b)



Gambar 5. Analisis Sensitivitas Parameter b

Gambar 5 menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai parameter b yang berbeda terhadap titik tetap endemik, maka populasi *Infected* akan bertambah akan bertambah jika nilai banyaknya kontak dengan populasi *Infected* semakin besar. Dari indeks sensitivitas diperoleh populasi *Infected* akan bertambah sekitar 27,3% jika b naik 10%. Banyaknya kontak dengan pasien terinfeksi COVID-19 semakin kecil maka akan menurunkan populasi *Infected*. Langkah yang bisa dilakukan untuk mengurangi kontak dengan pasien yang terinfeksi COVID-19 salah satu contohnya dengan menerapkan *social distancing*. Semakin besar skala *social distancing* yang diterapkan, maka akan semakin kecil terjadinya kontak, maka akan menurunkan penyebaran COVID-19. Selain *social distancing* penerapan PSBB juga dapat dilakukan. Kebijakan-kebijakan yang dapat membatasi kontak antar individu atau meminimumkan terjadinya kontak antar individu dapat dilakukan untuk menurunkan populasi *Infected*.

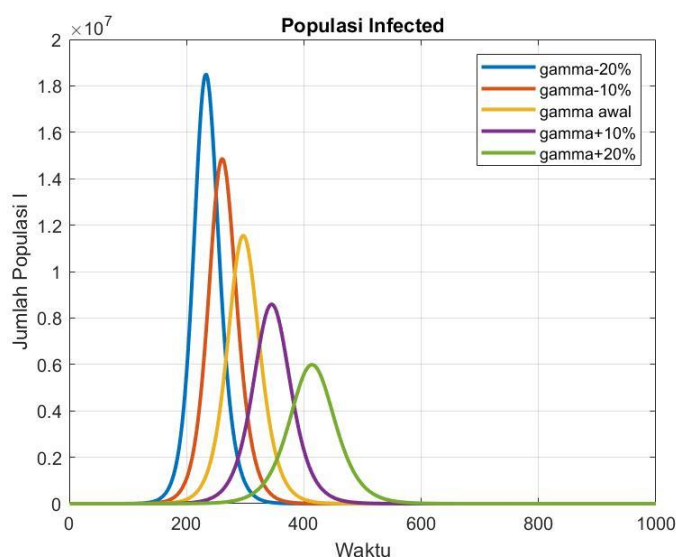
c. Efek laju kesembuhan setelah terinfeksi COVID-19 (ρ)



Gambar 6. Analisis Sensitivitas Parameter ρ

Gambar 6 menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai parameter ρ yang berbeda terhadap titik tetap endemik, maka populasi *Infected* akan berkurang jika nilai laju kesembuhan pasien terinfeksi COVID-19 semakin besar. Dari indeks sensitivitas diperoleh populasi *Infected* akan berkurang sekitar 22,6% jika ρ naik 10%. Jika nilai laju kesembuhan pasien terinfeksi COVID-19 naik maka akan menurunkan populasi *Infected*. Langkah yang bisa dilakukan untuk meningkatkan nilai laju kesembuhan pasien yang terinfeksi COVID-19 salah satu contohnya dengan cara meningkatkan sarana dan prasarana untuk pengobatan pasien COVID-19.

d. Efek laju kematian akibat COVID-19 (γ)



Gambar 7. Analisis Sensitivitas Parameter γ

Gambar 7 menunjukkan bahwa dengan memasukkan nilai parameter γ yang berbeda terhadap titik tetap endemik, maka populasi *Infected* akan berkurang jika nilai laju kematian pasien terinfeksi COVID-19 semakin besar. Dari indeks sensitivitas diperoleh populasi *Infected* akan menurun sekitar 14,7% jika γ naik 10%. Jika nilai laju kematian akibat COVID-19 naik maka akan menurunkan populasi *Infected*, akan tetapi meningkatnya laju kematian bukanlah hal yang diinginkan. Oleh karena itu kebijakan tidak difokuskan pada peningkatan laju kematian. Dari indeks sensitivitas diketahui pula bahwa parameter laju kematian atau γ merupakan parameter yang memiliki nilai indeks sensitivitas paling kecil dibandingkan dengan parameter m, b, ρ . Oleh karena itu pemerintah dapat lebih fokus untuk meningkatkan kebijakan pada laju kesembuhan atau pembatasan kontak antar individu, untuk mengurangi populasi *Infected*.

SIMPULAN

Dari model penyebaran COVID-19 SIR dilakukan estimasi parameter untuk mendapatkan grafik model yang mendekati grafik data asli penyebaran COVID-19 di Indonesia. Grafik pada model yang digunakan masih memiliki perbedaan dengan grafik data asli yang didapatkan. Hal itu dapat disebabkan oleh

berbagai faktor. Perbedaan nilai parameter merupakan salah satu factor yang dapat mempengaruhi perbedaan grafik antara model dengan data asli yang didapatkan. Setelah dilakukan analisis sensitivitas maka didapatkan parameter yang memiliki pengaruh paling besar pada model SIR penyebaran COVID-19 ini adalah parameter peluang kontak sukses atau m dan banyaknya kontak atau b merupakan parameter yang paling berpengaruh, karena populasi *Infected* akan bertambah 51,910207% jika m atau b naik 10%. Kebijakan-kebijakan yang dapat dilakukan oleh pemerintah dalam mengurangi penderita COVID-19 yaitu, penerapan PSBB (Pembatasan Sosial Berskala Besar), meningkatkan sarana dan prasarana seperti menambah laboratorium dan rumah sakit rujukan COVID-19, melakukan terapi plasma konvalesen, serta kebijakan-kebijakan lain yang dapat membatasi kontak antar individu serta kebijakan-kebijakan yang dapat meningkatkan laju kesembuhan pasien COVID-19.

DAFTAR PUSTAKA

- Brauer, F. & Carlos-Chavez, C. (2001). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. New York: Springer-Verlag Inc.
- Chitnis, N. R. (2005). *Using Mathematical Models in Controlling The Spread of Malaria*. Dissertation, USA: The University of Arizona.
- Fang, Y., Nie, Y., & Penny, M. (2020). Transmission Dynamics of the COVID-19 Outbreak and Effectiveness of Government Interventions: A Data-Driven Analysis. *Journal of Medical Virology*, 92(6), 645-659. <https://doi.org/10.1002/jmv.25750>
- Huda, A. F., Wulan, E. R., Illahi, F., & Khumaeroh, M. S. (2020). *Analisis Pengaruh Social Distancing pada Transmisi COVID-19 dengan Menggunakan Model SIR*. Bandung: UIN Sunan Gunung Djati.
- Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. (2020). [online] tersedia di <https://covid19.kemkes.go.id/qna-pertanyaan-dan-jawaban-terkait-covid-19/#.XxWXcudpE2w> [diakses pada tanggal 20 Juli 2020].
- Laksana, A. I. (2017). *Perbandingan Metode Single Moving Average dan Single Exponential Smoothing dalam Pengembangan Sistem Peramalan Penjualan Mobil Baru*. Skripsi, Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.
- Marino, S., Hogie, I. B., Ray, C. J. & Kirschner, D. E. (2008). A methodology for Performing Global Uncertainty and Sensitivity Analysis in System Biology. *Journal of Theoretical Biologi*, 254(1), 178-196
- Marsudi. (2014). "Analisis Sensitivitas Model Epidemiologi HIV dengan Edukasi". In *Prosiding KNM XVII 2014*. (p. 907-917).
- SATGAS COVID-19. (2020). [online] tersedia di <https://covid19.go.id/peta-sebaran> [diakses pada tanggal 20 Juli, 2020]
- WHO. [online] tersedia di <https://www.who.int/indonesia/news/novel-coronavirus/qa-for-public> [diakses pada tanggal 20 Juli, 2020]