

# Pemodelan Propagasi Kebakaran di Ruang Tertutup Menggunakan Multiple State Variables Cellular Automata

Galih Putra Riatma<sup>1</sup>, Mochammad Junus<sup>2</sup>, dan Mas Nurul Achmadiyah<sup>3</sup>  
<sup>1,2,3</sup> Politeknik Negeri Malang  
Jl. Soekarno Hatta 9, Jatimulyo, Lowokwaru, Malang  
e-mail: griatma@polinema.ac.id

**Abstrak**— Pemodelan perambatan api merupakan studi yang menarik namun menantang, dan sering dibahas dalam banyak literatur. Api adalah fenomena alam yang terjadi dalam kehidupan kita sehari-hari, karakteristiknya yang mudah menyulut memiliki peran penting dalam banyak kasus. Dari sekadar efek visual hingga peristiwa penting dalam penceritaan utama. Pentingnya api dan bagaimana penyebarannya dalam kehidupan sehari-hari mempengaruhi proses pengembangan permainan di mana api dapat muncul dan menyebar, menyebabkan kehancuran. Api memiliki pola penyebaran yang dapat didasarkan pada bahan yang disulut dan berapa lama api menyala sejak titik api pertama kali muncul. Dengan implikasi yang benar, pola perambatan api dapat disimulasikan dan diterapkan pada sebuah game untuk berkontribusi pada aspek realisme dan imersi dari setiap game. Cellular Automata didasarkan pada prinsip di mana suatu wilayah atau area dibagi menjadi dua sel dimensi di mana setiap sel memiliki atribut yang unik. Setiap sel dapat mempengaruhi sel lain mengingat sel tersebut bertetangga satu sama lain. Prinsip ini sebanding dengan termodinamika di mana panas atau dalam hal ini api hanya dapat menyebar ke area di sebelah bara. Mengingat Health Point di setiap sel, simulasi kebakaran dapat dibuat dan dimodifikasi sesuai dengan itu.

**Keywords**— fire, multiple state variables, spread pattern, cellular automata, cell.

**Abstract**— *The modelling of fire propagation is an interesting yet challenging study, nevertheless it is often discussed in many literatures. Fire is a natural phenomenon that occurs in our daily lives, its fiery and igniting characteristics which contributes to burning effect have important roles in many cases. From a mere visual effect to key event on main storytelling. The importance of fire and how it is spread on daily lives influence game developing process where a fire can start and spread, causing destruction. Fire has a spread pattern that can be based on the material it is igniting and how long the fire has been flaming since the hotspot first occurs. With correct implication, the pattern of fire propagation can be simulated and applied to a game to contribute to realism and immersion aspect of any games. Cellular Automata is based on a principle where a region or area is divided into two dimensional cells where every cells have unique attributes. Every cells can influence other cells given the cells are neighbors to each other. This principle is comparable to thermodynamics where heat or in this case, fire, can only spread to an area next to the ember. Given the Health Point on every cells, a fire simulation can be build and modified accordingly.*

**Keywords**— fire, multiple state variables, spread pattern, cellular automata, cell.

## I. PENDAHULUAN

Sebuah video game sering kali mendorong pemainnya untuk bereksplorasi dan berinteraksi dengan lingkungan sekitar. Salah satu kualitas permainan adalah menenggelamkan pemain dalam perilaku yang realistis dan alami sesuai dengan hukum fisika dunia nyata. Seorang pemain akan mengharapkan daun pohon bergoyang ketika ada angin, air harus mengalir dari sumber yang lebih tinggi ke tempat yang lebih rendah, dan api harus menyebar sesuai dengan bahan yang disentuhnya. Karena sifat destruktif api, api sering memainkan peran penting dalam alur cerita permainan atau sebagai senjata yang dapat digunakan pemain melawan musuh, oleh karena itu memainkan

peran penting dalam menciptakan gameplay yang imersif dan menarik.

Api akan merambat dengan sendirinya, menyebar ke bahan-bahan yang mudah terbakar di dekatnya dalam pola yang bergantung pada jenis bahan bakar apa yang dapat dibakar. Penelitian ini terutama membahas pola penyebaran api di lingkungan tertutup yang berbasis material seperti kayu, kain, dan plastik.

Cellular Automata dicetuskan oleh von Neumann pada awal 1950-an ketika ia mempelajari mesin yang dapat mereproduksi diri [1]. Cellular Automata digunakan untuk memodelkan penyebaran api berdasarkan kesamaan sifat dimana sel hanya dapat berinteraksi dengan sel tetangganya,

perilaku ini mirip dengan penyebaran api dimana bara api hanya dapat membakar apa yang ada disampingnya.

Cellular Automata (CA) sering digunakan untuk membangun model dalam berbagai bidang aplikasi, termasuk kimia, biologi, kedokteran, fisika, ekologi dan studi interaksi sosial ekonomi. Dalam banyak pengaturan ini, CA Stochastic (SCA) dianggap karena sifat stokastik dari fenomena yang diteliti atau karena kurangnya pemahaman tentang aturan pasti yang mendorong fenomena tersebut [2, 3].

Dalam penelitian tentang penyebaran api di Kota Jepang [Takizawa, 2000], Cellular Automata digunakan untuk membuat model perambatan api berdasarkan metode stokastik. Hasilnya adalah model yang dibuat menggunakan Cellular Automata dibandingkan dengan laporan dari pemadam kebakaran, meskipun tidak sama persis, mendekati.

Dalam studi ini, penyebaran api dimodelkan dengan menggunakan beberapa variabel keadaan Cellular Automata untuk membuat representasi yang lebih akurat tentang bagaimana api berinteraksi dengan sekitarnya. Setiap sel akan memiliki status Health Point (HP) dan Burning Point (BP) yang menentukan bagaimana api akan muncul dan menyebar.

II. STUDI PUSTAKA

Mengembangkan model penyebaran api menggunakan Cellular Automata bukanlah konsep yang sama sekali baru. Takizawa, dkk menerbitkan makalah penelitian berdasarkan penyebaran api di prefektur Wakamatsu-cho. Dalam penelitiannya, Takizawa menggunakan stochastic Cellular Automata dimana kota dipetakan dalam kotak dua dimensi yang disusun sedemikian rupa untuk mewakili peta kota berdasarkan bangunan dan jalan. Untuk membuat pola penyebaran api, metode mereka bergantung pada probabilitas sel untuk terbakar. Sel dengan bangunan kayu memiliki probabilitas tinggi untuk terbakar dan sel tanpa bahan bakar, misalnya jalan memiliki probabilitas nol untuk terbakar. Model persamaan untuk menentukan apakah sel tertentu terbakar atau tidak ditunjukkan pada persamaan (1)

$$Probability \geq Random \times Disfactor \tag{1}$$

Dimana Probabilitas adalah derajat penyalaan sel kayu dan dapat bernilai 0,0 sampai 1,0. Acak adalah nilai acak antara 0,0 hingga 1,0 dan DisFactor adalah tingkat pengurangan bertahap berdasarkan jarak dengan nilai 1 yang merupakan tetangga langsung atau 2 adalah satu sel lagi.

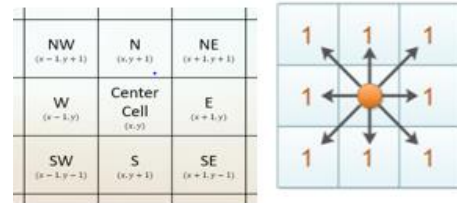
Terlepas dari kesederhanaannya, model mereka menghasilkan representasi akurat dari api yang sebenarnya menyebar di kota. Namun, karena model mereka bergantung pada probabilitas, keandalan model ini dipertanyakan.

Penelitian lain tentang metodologi baru dalam pemodelan penyebaran api [Gazmeh, 2012]. Gazmeh mengusulkan bahwa di hutan homogen tanpa angin, api akan menyebar dalam bentuk melingkar dan menyebar secara linier dari sel pusat ke semua sel tetangga. Dalam penelitian ini daerah penyebaran api adalah hutan yang sel-selnya memiliki kerapatan dan topografi yang sama. Api itu sendiri menyebar secara melingkar dengan kecepatan tetap dan berdasarkan area di mana lingkaran tumbuh dan posisi lingkaran di dalam sel. Sebuah sel akan "dibakar" ketika lingkaran memakan lebih dari setengah sel. Meskipun sederhana, model ini tidak akan dapat memodelkan penyebaran api di mana area di sekitar api memiliki kerapatan bahan bakar yang berbeda.

III. METODE

A. Fuel and Cell Properties

Metode berisi informasi tentang pelaksanaan penelitian, Pengapian hanya mungkin terjadi bila ada bahan untuk dibakar dan oksigen tersedia di udara. Mengingat simulasi berlangsung di ruang gedung yang berventilasi, oleh karena itu oksigen selalu tersedia bakar.



Gambar 1. Representasi Moore Neighborhood dari sel dengan sel sekitarnya dibandingkan dengan jarak Chebyshev.

Ada 4 jenis material yang digunakan dalam simulasi ini yang berperan sebagai bahan bakar.

TABLE I. MATERIAL LIST

Material	HP	BP	Color
Wood	100	30	
Plastic	60	15	
Cloth	20	5	
Unburnable	-50	0	

Gambar 2. Daftar bahan yang digunakan dalam simulasi dan representasi warnanya Sebatang kayu

Kayu merupakan bahan bakar yang paling sulit dibakar dalam simulasi ini, sehingga kayu memiliki HP paling tinggi, kayu juga menyimpan energi yang relatif lebih banyak dibandingkan bahan lainnya. Karena HP-nya yang tinggi, satu sel kain tidak akan cukup untuk mulai membakar sel kayu. Sel kayu memiliki tingkat penyebaran paling lambat daripada jenis sel lainnya. Mengingat satu sel tetangga terbakar, sel kayu akan membutuhkan 20 iterasi untuk membakar dirinya sendiri

1. Plastik

Plastik memiliki 60 HP yang menempatkannya di tengah-tengah antara kayu dan kain dalam hal waktu yang dibutuhkan sel untuk mulai terbakar. Energi yang terkandung dalam sel plastik relatif lebih rendah daripada sel kayu.

2. Kain

Kain adalah bahan bakar tercepat yang api dapat menyebar, kekurangannya adalah energinya relatif rendah, yang berarti api menangkap sel kain dengan cepat, tetapi juga padam dengan cepat.

3. Interaksi Sel

Nilai HP dan BP didasarkan pada pemeriksaan dunia nyata tentang bagaimana ketiga bahan di atas berinteraksi dengan api terbuka. Waktu yang diperlukan sel untuk mengubah keadaannya dari tidak terbakar menjadi terbakar dapat dinyatakan dalam persamaan (2)

$$a = \frac{HP_{(x,y)}}{c \times n} \tag{2}$$

Dimana  $a$  adalah waktu yang dibutuhkan sel untuk terbakar,  $HP$  adalah nilai  $HP$  dari sel, dan  $n$  adalah jumlah total sel yang terbakar yang berdekatan dengan sel  $a$ ,  $c$  adalah konstanta dengan nilai 5 yang menunjukkan bagaimana banyak  $HP$  akan dikurangi untuk setiap langkah waktu. Nilai  $c$  ditentukan dengan pemeriksaan kejelasan dan kemudahan perhitungan. Konfigurasi ini menghasilkan interaksi unik yang dimaksudkan antara tetangga yang akan didiskusikan di subbab IV.

### B. Variable State Ganda Cellular Automata

Cellular Automata merupakan model sistem fisik, dimana ruang dan waktu bersifat diskrit dan interkoneksi hanya bersifat lokal [2]. CA digunakan untuk menghitung nilai kuantitas fisik di area terbatas (sel CA) pada langkah waktu diskrit sehingga menyederhanakan studi sistem fisik.

#### 1. Variabel Keadaan

Setiap sel akan memiliki 3 status, yang terdiri dari  $HP$ ,  $BP$ , dan apakah sel terbakar atau tidak, yang terakhir dapat ditentukan oleh nilai  $HP$  dan  $BP$  sel yang diberikan. Status ini menentukan interaksi sel dengan sel yang berdekatan, misalnya sel dengan  $HP = 0$  dan  $BP > 0$  akan mengurangi  $HP$  sel tetangga.

Tergantung pada bahannya, sel akan memiliki tingkat penyebaran api yang berbeda, kain paling cepat menyebarkan api dan kayu paling lambat.

#### 2. Aturan Lingkungan

Model Cellular Automaton memiliki sel terstruktur yang tersusun dalam sel-sel yang dikelompokkan secara ketat. Setiap sel memiliki beberapa status yang akan diperbarui setiap waktu. Dalam hal ini aturan tetangga yang digunakan adalah Moore's Neighborhood. Lingkungan Moore dari sebuah sel adalah sel itu sendiri dan sel-sel pada jarak Chebyshev 1. Pola tetangga Moore digunakan dan ditunjukkan pada gbr.2. Ini mewakili hubungan antara sel-sel lingkungan dan terdiri dari sel pusat  $(x,y)$  dan delapan sel sekitarnya [4] sesuai dengan definisi sebagai (3).

$$N_{x,y} = \{k, 1\}: |x - k| \leq 1, |y - 1| \leq 1\} \quad (3)$$

Model Cellular Automata memiliki sel-sel terstruktur yang tersusun dalam sel-sel yang berkelompok rapat. Setiap sel memiliki beberapa status yang akan diperbarui setiap waktu. Dalam hal ini aturan tetangga yang digunakan adalah Moore's Neighborhood. Lingkungan Moore dari sebuah sel adalah sel itu sendiri dan sel-sel pada jarak Chebyshev dari 1.

Setiap sel memiliki beberapa variabel statusnya sendiri, yang dalam hal ini terdiri dari  $HP$  dan  $BP$  yang menentukan apakah suatu sel adalah sel normal, sel yang terbakar, sel yang terbakar atau tidak dapat dibakar. Sebuah sel bertindak sebagai sel yang terbakar jika  $HP$ -nya mencapai 0 dan akan bertindak sebagai sel yang terbakar selama memiliki nilai  $BP$  di atas 0.

Penyebaran api didasarkan pada aturan berikut:

(1) Jika ada sel yang memiliki nilai  $HP = 0$  dan nilai  $BP \geq 0$  maka api akan menyala di sel ini dan sel ke segala arah yang berdekatan dengan sel yang diberikan dengan nilai  $HP > 0$  akan mengurangi nilai  $HP$  mereka sebesar 5 untuk setiap iterasi. persamaan 2 menunjukkan bagaimana proses pembakaran dilakukan ketika sel di koordinat  $(x,y)$  terbakar

(2) saat dinyalakan, setiap sel yang menyala  $BP$  akan berkurang 1 poin setiap kali iterasi hingga mencapai 0 dan akan berhenti mengurangi  $HP$  di dekatnya sel. (3)  $HP$  sel yang tidak dapat terbakar tidak akan terpengaruh oleh pengapian. Konstanta  $c$  dipilih untuk meningkatkan efek grafis saat simulasi berjalan dan menyederhanakan perhitungan.

$$\begin{aligned} HP_{(x+1,y+1)} &= HP_{(x+1,y+1)} - 5 \\ HP_{(x,y+1)} &= HP_{(x,y+1)} - 5 \\ HP_{(x-1,y+1)} &= HP_{(x-1,y+1)} - 5 \\ HP_{(x+1,y)} &= HP_{(x+1,y)} - 5 \\ HP_{(x-1,y)} &= HP_{(x-1,y)} - 5 \\ HP_{(x+n,y-1)} &= HP_{(x+1,y-1)} - 5 \\ HP_{(x,y-1)} &= HP_{(x,y-1)} - 5 \\ P_{(x-1,y-1)} &= HP_{(x-1,y-1)} - 5 \end{aligned} \quad (4)$$

Persamaan (4) menunjukkan bagaimana api akan menyebar ke sel tetangga, di mana  $HP$  adalah variabel  $HP$  setiap sel dalam koordinat  $(x,y)$  dan  $c$  adalah konstanta dengan nilai 5 yang mewakili berapa banyak  $HP$  yang akan dikurangi setiap kali melangkah. Nilai  $c$  ditentukan dengan pemeriksaan kejelasan dan kemudahan perhitungan.

## IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

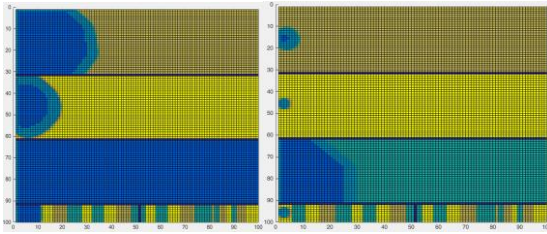
Simulasi dilakukan berdasarkan waktu diskrit. Pada setiap iterasi, perhitungan akan dijalankan di seluruh sel untuk menentukan sel yang terbakar dan interaksinya dengan sel tetangga. Jika ada sel yang terbakar (sel dengan  $HP=0$  dan  $BP>0$ )

Model yang baik untuk memprediksi perambatan api di ruang tertutup harus melewati beberapa pengujian. Dalam penelitian ini, empat skenario dasar akan menentukan kualitas model: (1) Simulasi dengan pola uji sintetik; (2) Simulasi dengan pola bolak-balik; (3) Simulasi dengan pola zig-zag; (4) Simulasi dengan skenario kelas. Jika suatu daerah homogen yang terdiri dari satu bahan, setiap bahan harus menunjukkan polanya sendiri yang berbeda dari yang lain, di mana kayu akan menyebarkan api paling lambat, kain paling cepat, dan plastik di antaranya.

Jika ada penghalang yang tidak dapat terbakar, api tidak boleh menyebar ke sel yang tidak dapat terbakar dan menyebar di sekitarnya. Simulation with Synthetic Test Pattern

Pola uji sintetik digunakan untuk menganalisis kecepatan penyebaran api dalam bahan homogen dan membandingkannya dengan bahan lain. Titik pengapian telah ditentukan sebelumnya di ujung kiri masing-masing segmen.

Sebagai hasil dari konsistensi yang sama dalam setiap segmen, pola penyebaran api serupa di masing-masing bahan. Perbedaannya terletak pada kecepatan rambat api. Kain adalah yang tercepat, kayu adalah yang paling lambat dan plastik berada di antara kayu dan kain dalam hal kecepatan penyebaran.

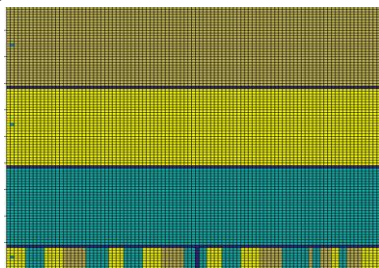


Gambar 3. Kiri: keadaan simulasi pada  $t=30$ ; Kanan: keadaan simulasi pada  $t=118$

Gambar 3 menunjukkan hasil yang diinginkan pada  $t=30$  dan  $t=118$ , di mana  $t$  adalah unit waktu diskrit. Pada  $t=30$  pola tersebut menunjukkan bahwa kain memiliki daya sebar yang jauh lebih besar dibandingkan dengan plastik dan kayu, hal ini dikarenakan kain memiliki nilai HP yang lebih rendah dibandingkan dengan plastik dan kayu. Sementara penyebarannya lebih cepat, api yang membakar sel kain mati dengan cepat. Pada  $t=118$  ruas kain telah habis terbakar sedangkan api pada ruas kayu baru saja dimulai menyebar dan api di segmen plastik hampir membakar setengah dari sel yang tersisa.

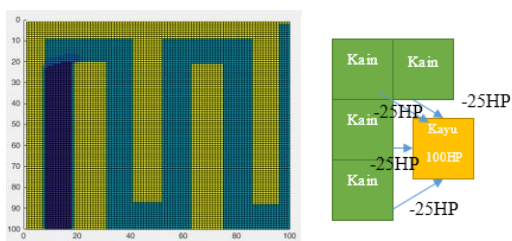
**B. Simulasi dengan Pola Bolak-balik**

Pola yang berganti-ganti antara bahan yang sejajar satu sama lain memberikan skenario di mana interaksi antara sel-sel bahan yang berbeda dapat dianalisis. Gambar 4 menunjukkan bagaimana sel diatur dan pengapian dimulai di sisi kiri. Pembatas juga diperkenalkan dalam bentuk dinding yang tidak dapat terbakar dengan celah kecil yang terbuka, akibatnya api yang menyebar tidak dapat melewati objek yang tidak dapat terbakar dan akan menemukan jalan untuk mengatasinya.



Gambar 4. Pola pengujian pada awal simulasi.

Sesuai dengan aturan Moore's Neighborhood, satu sel paralel yang berdekatan hanya dapat berinteraksi dengan 3 tetangganya. Hal ini memberikan interaksi unik antara kain dan kayu di mana sel kain tidak dapat memicu api pada sel kayu yang mengakibatkan penyebaran api yang terisolasi. Ini adalah hasil dari kain yang memiliki nilai BP rendah 5, dengan setiap iterasi akan mengurangi HP sel yang tidak terbakar sebesar 5, jumlah total kerusakan yang dapat ditimbulkan oleh satu sel kain yang terbakar adalah 25 poin HP, kali 3 sama dengan 75 yang tidak cukup untuk membakar sel kayu dengan nilai HP 100.



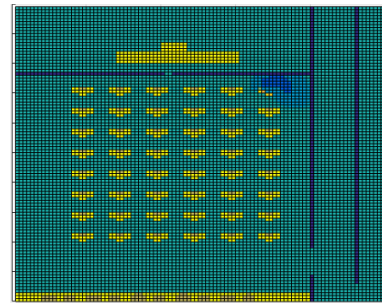
Gambar 5. Kiri: dalam pola zig zag, sel kayu di sudut dapat terbakar dari interaksi 4 sel kain; kanan: ilustrasi bagaimana sel kain dapat membakar sel kayu.

**A. Simulasi dengan Pola Zig-zag**

Mirip dengan pola bolak-balik, skenario ini memberikan pandangan yang jelas tentang bagaimana bahan yang berbeda berinteraksi satu sama lain, tetapi dalam skenario ini, sel bekuan mengelilingi sel kayu dalam cara di mana sel kain dapat memicu api pada sel kayu seperti yang ditunjukkan pada gambar. 6. Situasi ini dimungkinkan selama lebih dari 3 sel kain dapat berinteraksi dengan satu sel kayu. Interaksi sel kain dan sel kayu dimaksudkan sebagai kendala dimana penyebaran api harus dibatasi agar tidak menjadi kebakaran hutan karena bahan bakar dalam skenario kebakaran ruang tertutup relatif terbatas dibandingkan dengan kebakaran hutan.

**Skenario Kelas**

Skenario kelas menata materi mirip dengan penataan ruang kelas sekolah dengan meja dan kursi tertata rapi. Pengapian terjadi di satu sel yang dipilih secara acak, pada gambar. 7 pengapian dimulai di sudut kanan atas pembentukan meja dan akan menyebar secara merata ke sel kain lainnya sampai sel kain yang terbakar menyalakan meja. Dalam perspektif penyebaran api kain, meja yang terbuat dari kayu dianggap sebagai penghalang. Penyebaran api harus mencari jalan keluar atau terus berusaha menyalakan kayu sampai menyala dan dapat melanjutkan penyebaran yang mengakibatkan penyebaran terhambat, tetapi tidak berhenti.



Gambar 6. Perambatan api terhalang oleh bahan yang sulit terbakar, sebuah meja.

Sel biru tua adalah 'dinding' yang mencegah api menyebar ke dinding, jika api bersentuhan dengan dinding, api akan berhenti menyebar ke arah dinding dan mencari jalan di sekitarnya.

**V. KESIMPULAN**

Model ini memberikan solusi sederhana namun efektif untuk memprediksi penyebaran api di ruang tertutup tanpa faktor eksternal yang mempengaruhi api. Keunggulan model ini yaitu mampu memasukkan berbagai bahan yang akan memvariasikan pola penyebaran api penting untuk menghitung bagaimana api akan bereaksi terhadap bahan yang berbeda, yang dalam banyak kasus menyerupai skenario kehidupan nyata di mana di dalam ruangan atau bangunan akan ada berbagai item dan furnitur yang dapat mempengaruhi penyebaran api.

Dalam pekerjaan di masa depan, faktor eksternal seperti kelembaban dan arah angin harus dipertimbangkan. Variasi material dapat menjadi poin yang dapat ditingkatkan dengan memperkenalkan variasi jenis kayu. Lebih meningkatkan akurasi simulasi ini.

## REFERENSI

- [1] Arthur W. Burks. Urbana: University of Illinois Press, 1966
- [2] D. Das, "A survey on cellular automata and its applications", *Global Trends in Computing and Communication Systems*, Springer, 2012, pp. 753–762.
- [3] M. Precharattana, W. Triampo, "Effects of initial concentration and severity of infected cells on stochastic cellular automaton model dynamics for hiv infection", G. Sirakoulis, S. Bandini (Eds.), *Cellular Automata*, Vol. 7495 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 2012, pp. 454–463.
- [4] A. Takizawa, A. Yamada, H. Kawamura, and A. Tani "Simulation of spreads of fire on city site by stochastic cellular automata", *12WCEE* in press.
- [5] I. Karafyllidis, and A. Thanailakis, "A model for predicting forest fire spreading using cellular automata", *Ecological Modelling*, vol. 99, 1997, pp. 87-97.
- [6] B. Chopard, and M. Droz, *Cellular Automata Modeling of Physical System*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- [7] H. Gazmeh, A. Alesheikh, M. Karimi "A new methodology in modeling forest fire spread using cellular automata", *JASER*, vol.2, pp 308-322, December 2012.
- [8] S. Tao, Z. Linghan, C. Wangli, T. Xianxiu, Q. Qianqing, "Mountains forest fire spread simulator based on geo-cellular automaton combined with wang zhengfei velocity model", *IEEE J-STARS*, vol.6, pp. 1971-1987, August 2013.
- [9] Kari, J., "Linier Cellular Automata with Multiple State Variables", *STACS 2000: STACS 2000* pp 110-121.
- [10] Sahin, U., Uguz, Selman, Akin, H., Siao, Irfan., "Three-state von Neumann cellular automata and pattern generation", *Applied Math Modelling* vol 39, issue 7, 1 april 2016, page 2003-2024, Elsevier
- [11] Ablowitz, M., J., Keiser, J., M., Takjtajan, L., A., "Stable, Multi state, time reversible cellular automata with rich particle content" university of Colorado.
- [12] Rucker, R., "Continuous-Valued Cellular Automata in Two Dimensions", *Departement of Computer Science, Emeritus, San Jose State University*, 1999.
- [13] Chopard, B., Dupuis, A., Masselot, A., Luthfi, P., "Cellular Automata and Lattice Boltzmann Tech." *Computer Science Department, University of Geneva*, 2022
- [14] Baetens, J., M., Baets, B., D., "Towards a Comprehensive Understanding of Multi-State Cellular Automata", *Springer International Publishing*, 2014
- [15] Meeten, W., V., Baeten, J., M., "Lyapunov Exponent of One Dimensional, Binary Stochastic Cellular Automata", *Springer International Publishing*, 2014